



Pogotowie[®]
Statystyczne

Jak wykonać w SPSS

analizę statystyk opisowych
oraz testy normalności rozkładu

TUTORIAL TEKSTOWY

TUTORIALE TEKSTOWE

T

Ten materiał jest jednym z serii tutoriali tekstowych, czyli poradników, w których w praktyczny sposób pokazujemy różne tajniki statystyki.

W TYM TUTORIALU

przedstawimy w jaki sposób wykonać analizę podstawowych statystyk opisowych oraz testy normalności rozkładu w programie IBM SPSS Statistics oraz w jaki sposób zaraportować te wyniki w standardzie APA 7.

Więcej tutoriali znajdziesz na www.pogotowiestatystyczne.pl w zakładce *Edukacja*.



Wprowadzenie i założenia

Statystyka opisowa to dziedzina statystyki, która zajmuje się zbieraniem, organizowaniem, podsumowywaniem i prezentacją danych w sposób, który ułatwia ich zrozumienie i interpretację.

Z punktu widzenia wykonywania testów statystycznych w paradygmacie częstościowym¹ analizę statystyk opisowych wykonuje się zazwyczaj dla zmiennych ilościowych.

Istnieją dwa podstawowe cele analizy statystyk opisowych dla zmiennych ilościowych w podejściu częstościowym:

- Eksploracja danych - ogólna i wstępna analiza pozwalająca ocenić poprawność kodowania i jakość zebranych danych.
- Testowanie założenia dotyczącego rozkładu normalnego, będącego warunkiem użycia parametrycznych testów statystycznych (np. testy t Studenta, ANOVA).

DEFINICJA

Statystyki opisowe to metody służące do opisywania i podsumowywania danych w sposób, który ułatwia ich zrozumienie i interpretację. Analiza statystyk opisowych to istotny element procesu weryfikacji hipotez statystycznych, związany w dużej mierze z zagadnieniem testowania założenia o normalności rozkładu dla zmiennych ilościowych.

Normalność rozkładu

Testowanie normalności rozkładu² to istotne zagadnienie w kontekście wykorzystania parametrycznych testów statystycznych.

¹ Paradygmat częstościowy (NHST) – proces wnioskowania statystycznego opierający się na weryfikacji hipotezy statystycznej w oparciu o wyniki testów statystycznych (przede wszystkim wartość p).

² Rozkład normalny, a także inne rozkłady takie jak F czy t , są tak ważne w statystyce, ponieważ posiadają stałe właściwości matematyczne na podstawie których łatwo możemy wyznaczać określone prawdopodobieństwo. Jest to punktem wyjścia m.in. do obliczania wartości p podczas wykonywania testów statystycznych.

Jednocześnie, założenie dotyczące normalności rozkładu jest dość trudne w zrozumieniu i praktycznym testowaniu, ponieważ:

- Dotyczy ono tzw. rozkładu próbkowania³, a nie rozkładu w próbie (rozkładu wyników zmiennej, czyli danych istniejących w bazie danych).
- Rozkład próbkowania ocenia się jedynie pośrednio na podstawie rozkładu zmiennej.
- W związku z tzw. centralnym twierdzeniem granicznym⁴ relacja między rozkładem zmiennej a rozkładem próbkowania zależy od wielkości zbioru danych – przy względnie dużych próbach⁵ rozkład próbkowania będzie normalny niezależnie od rozkładu danych.
- Brak jest jednoznacznych kryteriów służących do oceny normalności rozkładu, i to zarówno jeśli chodzi o ocenę rozkładu próbkowania, jak i rozkładu zmiennej⁶.
- Testy parametryczne są odporne na złamanie założenia o normalności rozkładu, jeśli nie jest ono znaczące (kryteria oceny tego co oznacza tutaj „znaczące” również nie są jasne).

Istnieją różne metody testowania normalności rozkładu:

- Testy normalności rozkładu (np. Shapiro–Wilka lub Kołmogorowa–Smirnowa) za pomocą których założenie to weryfikujemy w oparciu o obliczoną wartość p ⁷.
- Analiza statystyk opisowych, przede wszystkim skośności i kurtozy, jako miar kształtu rozkładu.
- Ocena graficzna, na przykład za pomocą histogramu, wykresu skrzynkowego lub wykresu Q-Q (kwantyl-kwantyl).

W praktyce analitycznej dobrze jest wykorzystywać kilka sposobów analizy rozkładu równolegle. Z wyżej wymienionych metod, w dalszej części testu zostanie przedstawione w jaki sposób w pakiecie SPSS obliczyć i interpretować wartości skośności i kurtozy, testów normalności rozkładu Shapiro–Wilka i Kołmogorowa –Smirnowa oraz jak wykonać i analizować histogramy.

³ Rozkład próbkowania jest rozkładem teoretycznym obrazującym rozkład danej cechy w populacji, uzyskany z wielu prób losowych pobranej z tej samej populacji. Innymi słowy – jest to hipotetyczny rozkład wyników (np. średniej) uzyskanych w wielu powtórzeniach tego samego badania.

⁴ Centralne twierdzenie graniczne to teoria matematyczna stojąca u podstaw działania parametrycznych testów statystycznych. Więcej informacji na ten temat można znaleźć [tutaj](#).

⁵ Jako wartość graniczną podaje się zwykle $N = 30$.

⁶ Kryteria tego rodzaju istnieją, ale po pierwsze - w celu oceny normalności rozkładu stosuje się różne metody, a po drugie - dla niektórych tych metod (np. analizy skośności i kurtozy) istnieją różne reguły (np. wartości progowe) wnioskowania.

⁷ Choć testy te są stosunkowo często stosowane, w praktyce ich użyteczność bywa znikoma, z uwagi na zależność ich wyniku od wielkości badanej próby. Zagadnienie to zostanie omówione w dalszej części tekstu.

REKOMENDACJA

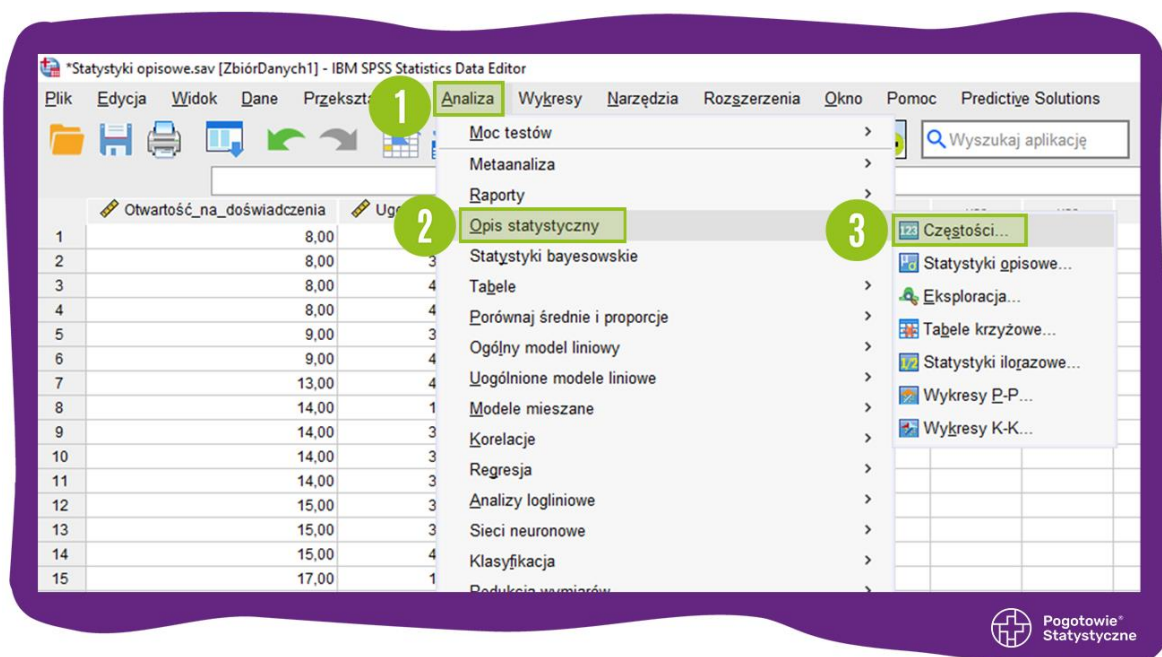
Do oceny normalności rozkładu warto wykorzystywać równolegle kilka metod, np. testy normalności rozkładu, analizę wartości skośności i kurtozy oraz metody graficzne, takie jak histogram, wykres skrzynkowy czy wykres Q-Q (kwantyl-kwantyl). Taka ocena daje szerszy obraz niż wykorzystanie tylko jednej z nich.

Wykonanie analizy podstawowych statystyk opisowych i testów normalności rozkładu w SPSS

W pierwszym kroku zajmiemy się wykonaniem analizy statystyk opisowych. Dodatkowo, pokażemy w jaki sposób wygenerować histogramy – jest to możliwe w tym samym menu w którym generujemy statystyki opisowe.

Aby wykonać analizę statystyk opisowych w SPSS oraz wygenerować histogramy należy podjąć następujące kroki:

- (1) W interfejsie głównym programu klikamy w menu „Analiza”.
- (2) Najeżdżamy kursorem na opcję „Opis statystyczny”, w efekcie czego rozwija nam się lista z wyborem analiz.
- (3) Z listy tej wybieramy opcję „Częstości”.



Rysunek 1. Zrzut ekranu z okna głównego programu SPSS przedstawiający sposób wyboru okna analizy statystyk opisowych z menu.

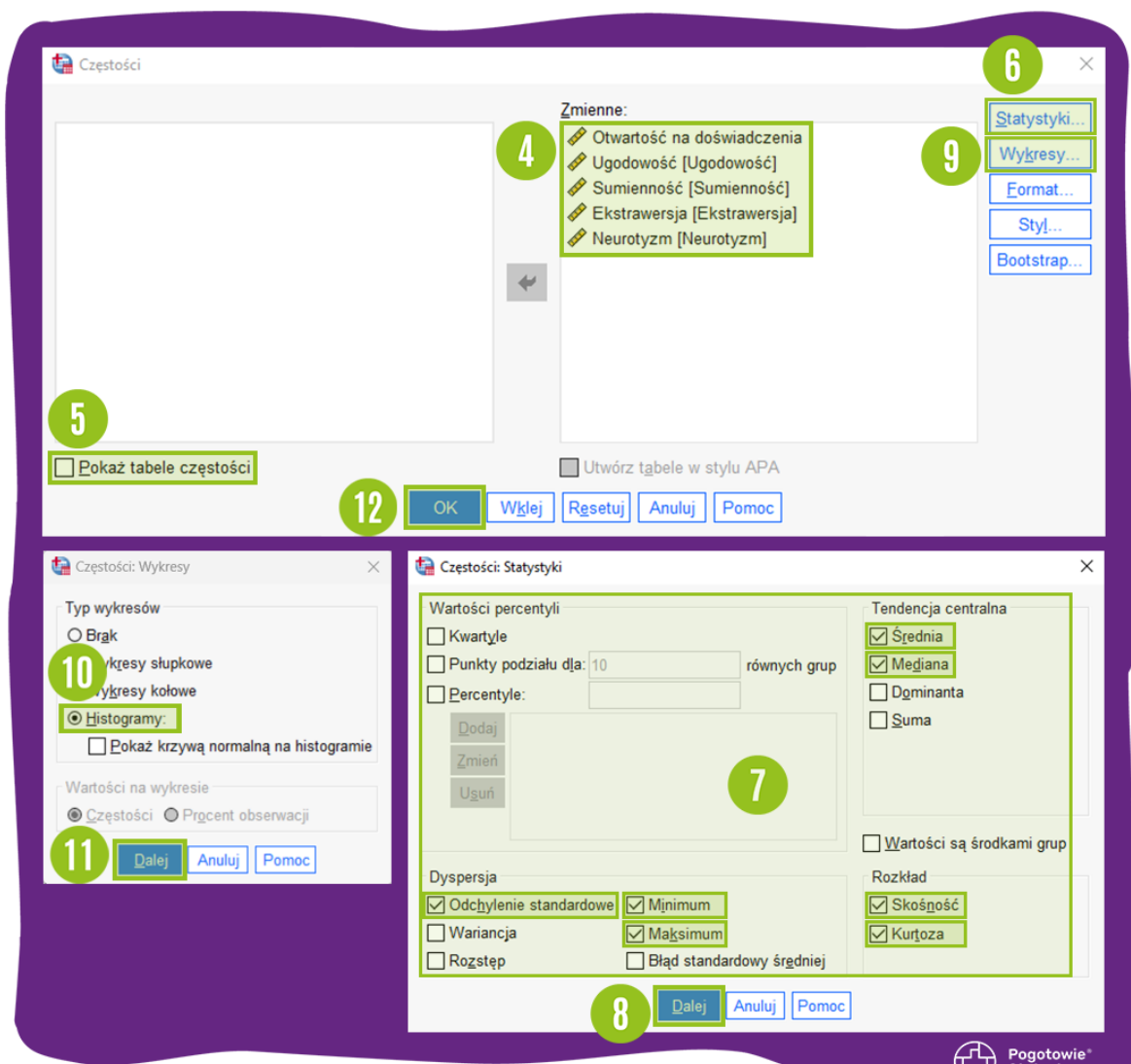
Po kliknięciu w opcję „Częstości” otwiera się nowe okno, w którym możemy ustawić szczegóły naszej analizy.

Kolejne kroki to:

- (4) W oknie „Zmienne” umieszczamy zmienne dla których chcemy obliczyć statystyki opisowe.
- (5) W lewym dolnym rogu odznaczamy opcję „Pokaż tabele częstości”⁸.
- (6) Następnie, klikamy w przycisk „Statystyki”.
- (7) W oknie, które się pojawi zaznaczamy następujące opcje: Średnia, Mediana, Odchylenie standardowe, Minimum, Maksimum, Skośność, Kurtoza⁹.
- (8) Potwierdzamy powyższy wybór przyciskiem „Dalej”.
- (9) Aby wygenerować histogramy wchodzimy w menu „Wykresy”.
- (10) W oknie, które się pojawi zaznaczamy opcję „Histogramy”.
- (11) Zatwierdzamy wybrane ustawienia wciskając przycisk „Dalej”.
- (12) Na końcu, w oknie głównym analizy zatwierdzamy wszystkie ustawienia klikając w przycisk „OK”.

⁸ Wykorzystując tę funkcję program wygeneruje tzw. tabele częstości, czyli tabele prezentujące rozkład częstości wartości poszczególnych zmiennych. Wyniki te zwykle nie są potrzebne w przypadku wykonywania analizy podstawowych statystyk opisowych dla zmiennych ilościowych.

⁹ Jest to standardowy „pakiet” statystyk opisowych, które obliczamy i raportujemy w Pogotowiu Statystycznym, zgodnie ze światowymi standardami raportowania. Nie jest to jednak jedyne możliwe rozwiązanie. W zależności od analiz i rodzaju zmiennej możliwe jest obliczenie i raportowanie innych statystyk, np. dominanty, kwartyli czy rozstępu międzykwartylowego.



Rysunek 2. Zrzut ekranu z okna ustawień analizy statystyk opisowych w programie SPSS przedstawiający sposób wyboru poszczególnych statystyk opisowych oraz histogramów.

Analiza została wykonana. Jej wyniki otrzymujemy w postaci wydruku w skład którego wchodzi jedna tabela, zatytułowana „Statystyki” oraz histogramy (w tym przypadku pięć histogramów, po jednym dla każdej zmiennej).

Zacznijmy od analizy tabeli. Poszczególne statystyki opisowe znajdują się we wierszach, a zmienne w kolumnach.

		Statystyki				
		Otwartość na doświadczenia	Ugodowość	Sumiennność	Ekstrawersja	Neurotyzm
N	Ważne	100	100	100	100	100
	Braki danych	0	0	0	0	0
Średnia		23,7200	32,4100	30,9600	23,0100	25,8600
Mediana		23,5000	34,0000	31,0000	22,5000	25,5000
Odchylenie standardowe		7,66348	12,53770	10,52167	11,05861	8,03153
Skośność		0,188	-0,748	-0,099	0,515	0,194
Błąd standardowy skośności		0,241	0,241	0,241	0,241	0,241
Kurtoza		0,138	-0,638	-0,825	-0,680	-0,290
Błąd standardowy kurtozy		0,478	0,478	0,478	0,478	0,478
Minimum		8,00	7,00	9,00	10,00	9,00
Maksimum		44,00	48,00	48,00	48,00	45,00

• Podstawowe statystyki opisowe

Rysunek 3. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS przedstawiającego zawartość tabeli z wynikami analizy statystyk opisowych.

Przeanalizujmy dokładnie jej zawartość. Dla poszczególnych statystyk w nawiasie zapisano ich skróty, które stosowane są podczas raportowania tych wyników:

- N - liczba obserwacji dla każdej zmiennej. „Ważne” obrazuje ile obserwacji uzyskało „jakiś wynik”, natomiast „Braki danych” to liczba obserwacji, które mają puste pola (brak wyniku).
- Mediana (Mdn – ang. *median*) - miara tendencji centralnej, która reprezentuje wartość środkową uporządkowanego (rosnąco lub malejąco) zbioru danych.
- Średnia (M – ang. *mean*) – wartość średniej arytmetycznej.
- Odchylenie standardowe (SD – ang. *Standard Deviation*) – miara rozproszenia wyników wokół średniej arytmetycznej. Im większe odchylenie standardowe, tym większa jest różnorodność wartości w zestawie danych, a im mniejsze, tym jest ona mniejsza.
- Skośność (Sk – ang. *skewness*) – miara symetrii rozkładu. Gdy skośność jest większa od 0 mówimy o rozkładzie dodatnio skośnym / prawoskośnym (częstość wyników niskich jest większa niż wyników wysokich; $M > Mdn > Mo^{10}$). Gdy skośność jest mniejsza od 0 – rozkład jest ujemno skośny / lewoskośny – częstość wyników niskich jest mniejsza niż wyników wysokich ($M < Mdn < Mo$).
- Kurtoza ($Kurt.$ – *kurtosis*) - miara występowania wartości odstających. Podobnie jak w przypadku skośności, wartość 0 kurtozy wskazuje na

¹⁰ Mo to modalna, inaczej dominanta, czyli wartość występująca najczęściej w zbiorze.

kształt zbliżony do normalnego (rozkład mezokurtyczny). Wartości dodatnie kurtozy wskazują na rozkład leptokurtyczny, a im wyższa wartość kurtozy, tym większa szansa na pojawienie się wartości odstających (skrajnych). Z kolei ujemne wartości kurtozy (rozkład platykurtyczny) wskazują na brak wartości odstających.

- Błąd standardowy skośności i kurtozy¹¹ - podczas gdy skośność opisuje asymetrię rozkładu danych, a kurtoza występowanie wartości odstających, błąd standardowy ocenia dokładność tych estymacji. Im mniejszy błąd standardowy, tym bardziej dokładne jest szacowanie tych wartości w populacji na podstawie danych z zebranej próby.

REKOMENDACJA

Podczas prezentacji wyników analizy statystyk opisowych dla danych ilościowych rekomendujemy raportować siedem wartości: średnią (M), medianę (Mdn), odchylenie standardowe (SD), skośność (Sk.), kurtozę (Kurt.) oraz wartość minimalną (Min.) maksymalną (Maks.) rozkładu.

Interpretacja statystyk opisowych i histogramów

Jeżeli analiza statystyk opisowych wykonywana jest jako element procesu weryfikacji hipotez statystycznych, rzadko kiedy bezpośrednio analizuje się poszczególne wartości (wyjątkiem jest skośność i kurtoza, o czym napisano w kolejnym akapicie). Dane te oblicza i raportuje się bardziej jako uzupełnienie czy wręcz element tworzenia pewnego rodzaju „dokumentacji” z wykonanych analiz.

Skośność i kurtoza to dwie miary kształtu rozkładu, których interpretacja jest jednym ze sposobów weryfikacji założenia o normalności rozkładu. Istnieją różne kryteria oceny ich wartości. Część badaczy¹² uważa że kryterium granicznym jest wartość $|2|$. W takiej sytuacji rozkład dla którego skośność i kurtoza mieszczą się w granicach -2 a 2 uznawać będziemy za zbliżony do normalnego. Oczywiście nie jest to arbitralna zasada, w literaturze często można spotkać się z innymi kryteriami w tym zakresie, takimi jak $|1|$ lub $|1,5|$.

¹¹ Błąd standardowy skośności i kurtozy sugerujemy pominąć w raportowaniu.

¹² Na przykład George i Mallery (2021).

Skośność

Kurtoza

		Statystyki				
		Otwartość na doświadczenia	Ugodowość	Sumienność	Ekstrawersja	Neurotyzm
N	Ważne	100	100	100	100	100
	Braki danych	0	0	0	0	0
Średnia		23,7200	32,4100	30,9600	23,0100	25,8600
Mediana		23,5000	34,0000	31,0000	22,5000	25,5000
Odchylenie standardowe		7,66348	12,53770	10,52167	11,05861	8,03153
Skośność		0,188	-0,748	-0,099	0,515	0,194
Błąd standardowy skośności		0,241	0,241	0,241	0,241	0,241
Kurtoza		0,138	-0,638	-0,825	-0,680	-0,290
Błąd standardowy kurtozy		0,478	0,478	0,478	0,478	0,478
Minimum		8,00	7,00	9,00	10,00	9,00
Maksimum		44,00	48,00	48,00	48,00	45,00

Pogotowie Statystyczne

Rysunek 4. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS z oznaczonymi wierszami w których odczytać można wartości skośności i kurtozy.

W przypadku wykonanej analizy wszystkie zmienne charakteryzuje skośność i kurtoza mieszczące się w umownej granicy między -2 a 2. Oznaczałoby to, że według tego sposobu interpretacji rozkład wszystkich zmiennych odbiega od normalnego w nieznacznym stopniu, co pozwoliłoby wnioskować o tym że założenie o normalności rozkładu zostało spełnione dla wszystkich zmiennych¹³.

PAMIĘTAJ

Skośność i kurtoza to dwie miary kształtu rozkładu których interpretacja jest jednym ze sposobów weryfikacji założenia o normalności. Przyjmuje się, że rozkład dla którego wartości skośności i kurtozy mieszczą się w zakresie między -2 a 2 jest zbliżony do normalnego. Warto pamiętać, że w literaturze podaje się też inne progi, np. |1| lub |1,5|.

¹³ Dokładny sposób opisu tych wyników jest zaprezentowany na końcu tego tekstu jako przykład.

Następnie, przejdźmy do analizy histogramu.

Histogram to graficzna reprezentacja rozkładu danych. Jest to wykres słupkowy, który pokazuje częstość występowania różnych przedziałów wartości w zestawie danych. Oś pozioma (X) reprezentuje przedział wartości zmiennej, a oś pionowa (Y) liczbę wystąpień danych w każdym przedziale. Wysokość każdego słupka na wykresie odpowiada liczbie wartości, które mieszczą się w danym przedziale.

DEFINICJA

Histogram to rodzaj wykresu słupkowego obrazującego rozkład danych. Na jego podstawie można łatwo ocenić czy jego kształt odbiega od rozkładu normalnego. Jednocześnie jest to analiza „na oko”, stąd powinna być uzupełniona o inne metody np. analizę skośności i kurtozy.

Kształt histogramu dostarcza informacji o rozkładzie zmiennej, co pozwala ocenić również czy jest on zbliżony do rozkładu normalnego. Jakie są zalety i wady związane z analizą histogramu?

- Zalety histogramu: możliwość wstępnej oceny kształtu wielu rozkładów w krótkim czasie¹⁴; możliwość dokładnej oceny kształtu rozkładu, np. pod kątem występowania obserwacji odstających - ich ilości i rozmieszczenia.
- Wady histogramu: jest to analiza „na oko”, w związku z tym w niektórych przypadkach mogą pojawić się trudności w klasyfikacji rozkładu pod względem spełniania założenia o normalności lub obserwacji jako odstających, ponieważ brak jest jednoznacznych kryteriów takiej oceny.

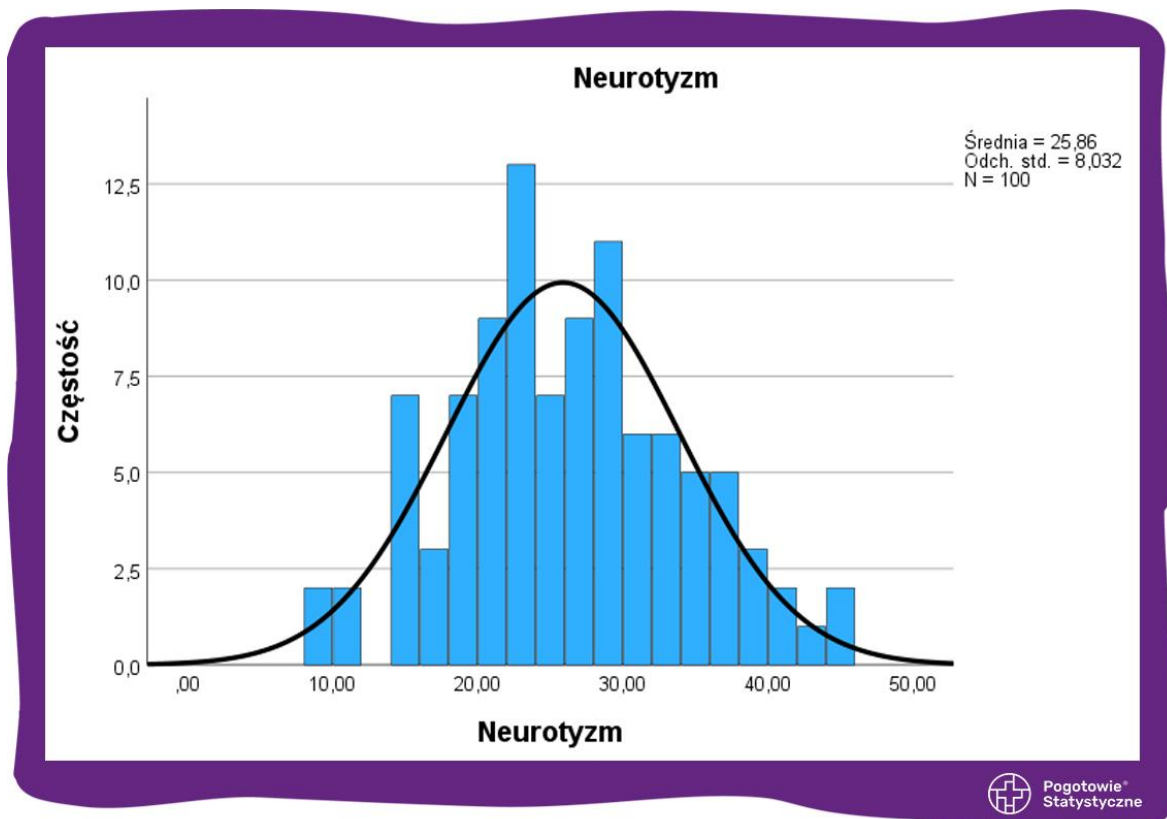
Analizę histogramów pod kątem oceny normalności rozkładu warto uzupełniać o inne metody, np. analizę skośności i kurtozy oraz wyniki testów normalności rozkładu.

Poniżej przedstawiono przykładową analizę dwóch histogramów, uzupełnioną o analizę wartości skośności i kurtozy.

¹⁴ Analiza histogramów to dobry sposób na wstępną ocenę kształtów rozkładu w przypadku analizowania wielu zmiennych. Zazwyczaj wystarczy przypilnować czy narysowana na czarno krzywa normalna „mieści się” niemal w całości na wykresie oraz czy układ słupków zgadza się z zasadą „wysokie bliżej środka, niskie na krańcach”. Należy jednak pamiętać, że jest to jedynie analiza wstępna i warto ją uzupełnić o wykorzystanie innych metod.

PAMIĘTAJ

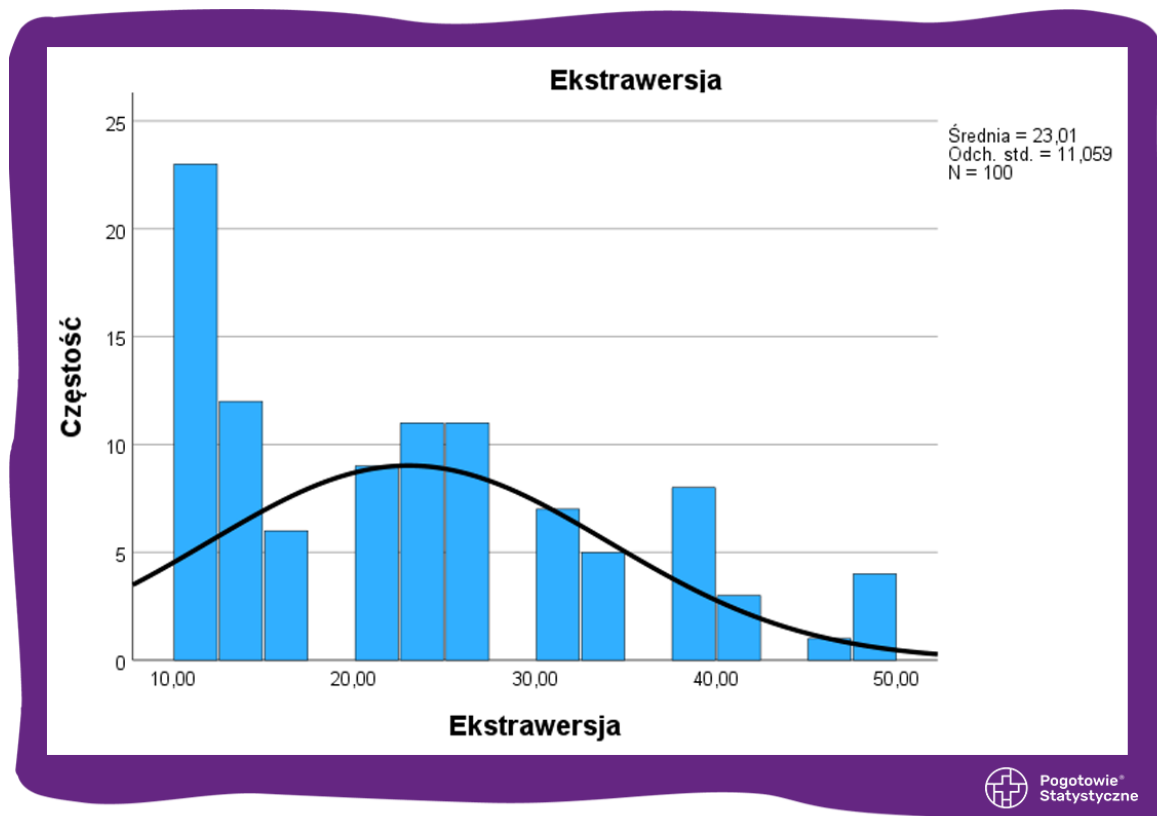
Wyniki analizy normalności rozkładu wykonywanej różnymi metodami mogą być sprzeczne między sobą. W takiej sytuacji należy przeanalizować wszystkie wyniki i podjąć decyzję co do wyboru testów parametrycznych vs nieparametrycznych przy uwzględnieniu liczebności próby.

Rozkład zmiennej „Neurotyzm”

Rysunek 5. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS przedstawiający histogram dla zmiennej „Neurotyzm”.

Histogram ten przedstawia rozkład, który zbliżony jest do normalnego. Widoczna nieznaczna prawoskośność, co oznacza że prawe ramię rozkładu jest nieznacznie wydłużone, a lewe zaczyna znikać za krawędzią wykresu. Potwierdza to wartość skośności wynosząca $Sk. = 0,19$. Brak jest obserwacji odstających, co potwierdza wartość kurtozy wynosząca $Kurt. = -0,29$ (rozkład platykurtyczny). Przykład ten obrazuje rozkład prosty w interpretacji, w którym wnioski z analizy kształtu histogramu oraz wartości skośności i kurtozy są zbieżne.

Rozkład zmiennej „Ekstrawersja”



Rysunek 6. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS przedstawiający histogram dla zmiennej „Ekstrawersja”.

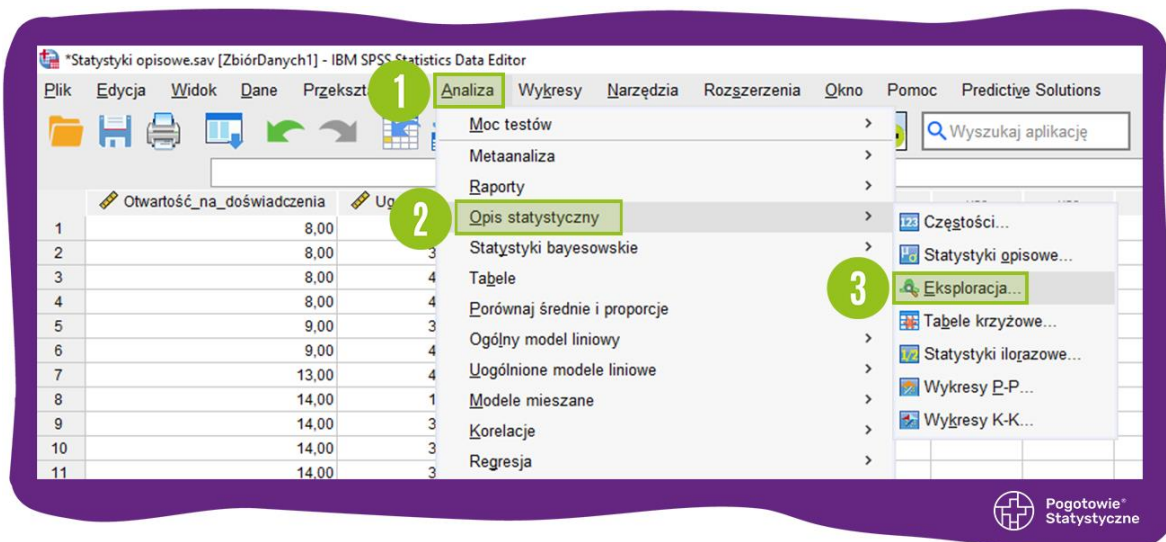
Analizowany rozkład optycznie wygląda na odbiegający od normalnego. Widoczna jest przede wszystkim względnie duża ilość wartości bliskich minimalnej. Rozkład ten jest zatem prawoskośny, jego prawe ramię jest wydłużone. Odzwierciedla to dodatnia wartość skośności $Sk. = 0,52$. Brak jest obserwacji odstających (rozkład ten jest „rozlany” na jego krańcach). Potwierdza to ujemna wartość kurtozy wynosząca $Kurt. = -0,68$. Warto zauważyć, że zarówno skośność jak i kurtoza mieszczą się w granicach umownej wartości $|2|$ (nie przekraczają nawet wartości $|1|$), co według opisanych w tym tekście kryteriów wskazuje na nieznaczne odstępstwo od rozkładu normalnego. Przykład ten pokazuje, że różne metody oceny normalności rozkładu mogą prowadzić do przeciwnych wniosków. Dowodzi to tym samym, że warto uzupełniać analizę histogramu o inne metody oceny kształtu rozkładu.

Wykonanie testów normalności rozkładu w SPSS

Przejdźmy teraz do wykonania testów normalności rozkładu.

Aby wykonać testy normalności rozkładu w SPSS podejmujemy następujące kroki:

- (1) W interfejsie głównym programu klikamy w menu „Analiza”.
- (2) Najeżdżamy kursorem na opcję „Opis statystyczny”, w efekcie czego rozwija nam się lista z wyborem analiz.
- (3) Z listy tej wybieramy opcję „Eksploracja”.



Rysunek 7. Zrzut ekranu z okna głównego programu SPSS przedstawiający sposób wyboru okna analizy statystyk opisowych i testów normalności rozkładu z menu.

Po kliknięciu w opcję „Eksploracja” otwiera się nowe okno, w którym możemy ustawić szczegóły naszej analizy.

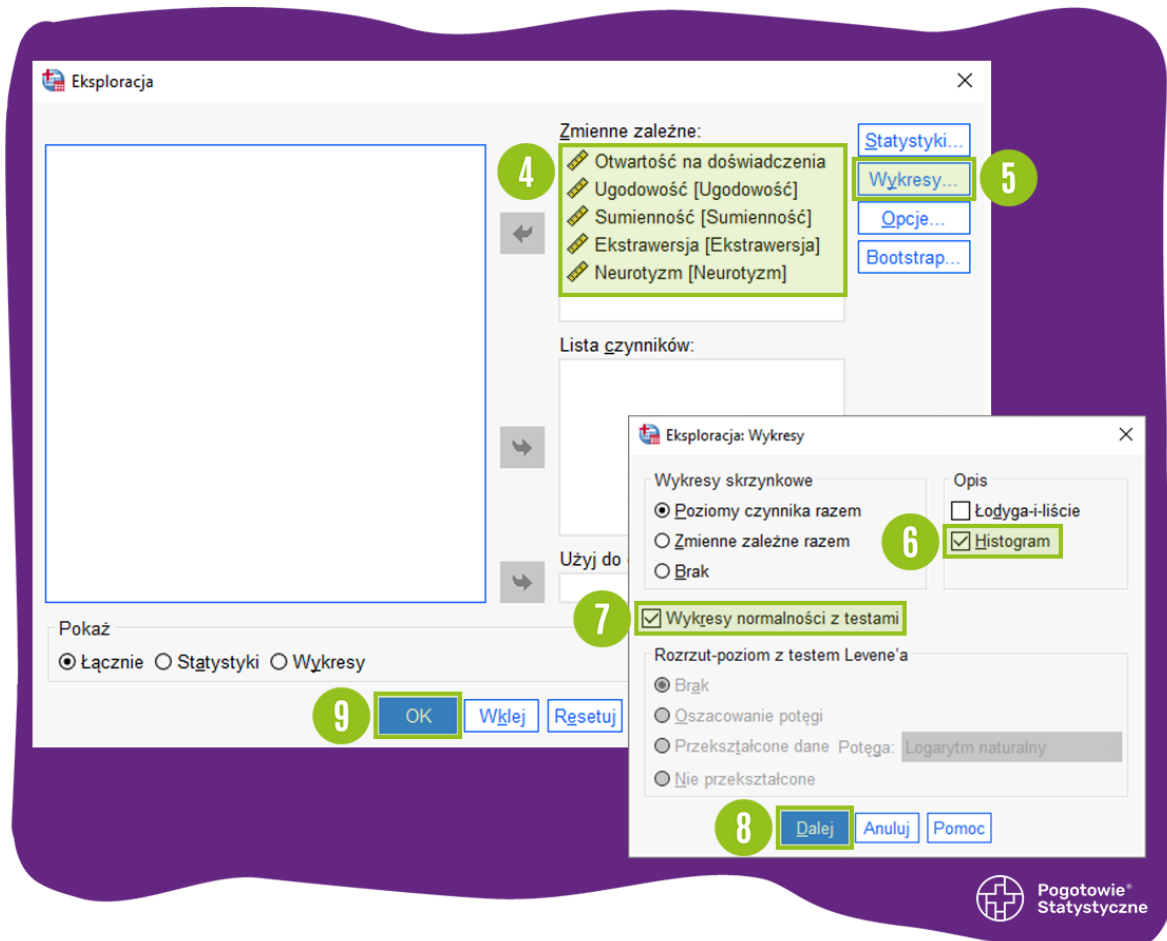
Kolejne kroki to:

- (4) W oknie „Zmienne zależne” umieszczamy zmienne dla których chcemy wykonać analizę¹⁵.
- (5) Klikamy w przycisk „Wykresy”, w wyniku czego otworzy się nowe okno z ustawieniami analizy.
- (6) Zaznaczamy opcję „Histogram” (jeśli chcemy histogramy wykonać)¹⁶.

¹⁵ Opcjonalnie w oknie „Lista czynników” możemy umieścić zmienną grupującą. W takiej sytuacji uzyskamy wyniki w podziale na kategorie wyznaczone przez tę zmienną.

¹⁶ Opcjonalnie, możemy odznaczyć opcję „Łodyga-i-liście” oraz zaznaczyć „Brak” przy opcji „Wykresy skrzynkowe”, jeśli chcemy zrezygnować z obecności tych elementów w wydruku.

- (7) Zaznaczamy opcję „Wykresy normalności z testami”, dzięki temu zostaną wygenerowane wyniki dla testów normalności rozkładu.
 (8) Potwierdzamy wybrane ustawienia dla wykresów przyciskiem „Dalej”.
 (9) Na końcu potwierdzamy ustawienia całej analizy przyciskiem „OK”.



Rysunek 8. Zrzut ekranu z okna ustawień analizy statystyk opisowych w programie SPSS przedstawiający sposób wyboru testów normalności rozkładu oraz histogramów.

Test został wykonany. Jego wyniki otrzymujemy w postaci wydruku w skład którego wchodzi trzy tabele oraz szereg wykresów, w tym histogramów¹⁷.

Wyniki testów normalności rozkładu są zawarte w tabeli zatytułowanej „Testy normalności rozkładu”. W wierszach tabeli znajdują się poszczególne zmienne, a w dwóch sekcjach kolumn wyniki testów normalności rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa (statystyka D) oraz Shapiro-Wilka (statystyka W).

¹⁷ Taki układ wydruku generuje program przy założeniu, że odznaczaliśmy opcję „Łodyga-i-liście” oraz zaznaczyliśmy „Brak” przy opcji „Wykresy skrzynkowe” w menu „Wykresy”

Testy normalności rozkładu						
	Kolmogorow-Smirnow ^a			Shapiro-Wilk		
	Statystyka	df	Istotność	Statystyka	df	Istotność
Otwartość na doświadczenia	0,069	100	0,200*	0,985	100	0,330
Ugodowość	0,195	100	<0,001	0,884	100	<0,001
Sumienność	0,118	100	0,002	0,960	100	0,004
Ekstrawersja	0,142	100	<0,001	0,916	100	<0,001
Neurotyzm	0,069	100	0,200*	0,989	100	0,556

*. Dolna granica rzeczywistej istotności.
a. Z poprawką istotności Lillieforsa

Pogotowie Statystyczne

Wyniki testu Kolmogorowa-Smirnowa.

Wyniki testu Shapiro-Wilka

Rysunek 9. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS przedstawiający wyniki testów normalności rozkładu Kolmogorowa-Smirnowa i Shapiro-Wilka.

Testy normalności rozkładu opierają się na porównaniu rozkładu danej zmiennej do rozkładu teoretycznego, jakim jest rozkład normalny. To który z tych dwóch testów należy wybrać zależy od wielkości próby. Test Shapiro-Wilka powinno stosować się przy „mniejszych” próbach, choć istnieje rozbieżność dotycząca granicy oddzielające małą próbę od dużej. Jako jedną z granic podaje się $N > 100$ (Bedyńska, Cypryańska, 2012), choć symulacje komputerowe (Razali, Wah, 2011) wskazują że test Shapiro-Wilka jest lepszy (ma większą moc) do prób o wielkości rzędu 2000. Ze względu na to, że zwykle próby są znacznie mniejsze niż 2000, to podejście sugerowałoby stosowania testu Shapiro-Wilka prawie w każdym badaniu.

Interpretacja wyników testów normalności rozkładu

Teraz czas na interpretację wyników testów normalności rozkładu.

Testy normalności rozkładu testują poniższą hipotezę zerową

- H_0 : Testowany rozkład nie różni się od rozkładu normalnego.

Odpowiada temu następująca hipoteza alternatywna:

- H_1 : Testowany rozkład różni się od rozkładu normalnego.

W związku z tym, zasada interpretacji wartości p dla testu Shapiro-Wilka oraz Kołmogorowa-Smirowa, przy założeniu $\alpha = 0,05$, jest następująca:

- **Jeżeli $p < 0,05$** (wynik istotny statystycznie): odrzucamy hipotezę zerową o braku różnicy między rozkładami – **stwierdzamy, że rozkład zmiennej odbiega od normalnego.**
- **Jeżeli $p > 0,05$** (wynik nieistotny statystycznie): przyjmujemy hipotezę zerową o braku różnic między rozkładami – **stwierdzamy, że rozkład zmiennej jest zbliżony do normalnego.**

PAMIĘTAJ

Istotny statystycznie ($p < 0,05$) wynik testu normalności wskazuje na brak normalności rozkładu. Wynik nieistotny statystycznie ($p > 0,05$)* wskazuje na zgodność z rozkładem normalnym.*

** Przy założeniu $\alpha = 0,05$*

Do interpretacji wyników testów normalności rozkładu należy podchodzić jednak ostrożnie, z kilku powodów:

- Jest to jedna z kilku metod oceny normalności rozkładu, którą jednocześnie możemy uznać raczej za konserwatywną¹⁸. Wnioski wyciągane na jej podstawie mogą być sprzeczne z wnioskami wyciąganymi na podstawie zastosowania innych metod.
- Na mocy centralnego twierdzenia granicznego testy parametryczne są odporne na złamanie założenia o normalności rozkładu, jeśli badanie przeprowadzane jest na wystarczająco dużej próbie¹⁹.
- Wyniki testów normalności zależą od wielkości próby. W przypadku względnie małych prób ich moc statystyczna²⁰ jest niska, co zwiększa

¹⁸ Metoda konserwatywna to taka, która daje bardziej „ostrożne” wyniki. W tym przypadku chodzi o sytuację, w której wyniki testów normalności rozkładu wskazują na brak normalności rozkładu, podczas gdy inne metody (np. analiza skośności i kurtozy) wskazują na zgodność w tym zakresie.

¹⁹ Zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym rozkład próbkowania przyjmuje kształt normalny dla względnie dużych prób, niezależnie od rozkładu zmiennej. Oznacza to, że odstępstwa od rozkładu normalnego zmiennej mają tym mniejsze znaczenie, im próba jest większa.

²⁰ Moc statystyczna ($1 - \beta$) to prawdopodobieństwo niepopelnienia błędu drugiego rodzaju. Inaczej - to prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej, gdy jest ona fałszywa. Im większa jest moc testu, tym mniejsze jest ryzyko przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej.

ryzyko błędu II rodzaju²¹. Z kolei w przypadku względnie dużych prób moc testów normalności jest bardzo wysoka co prowadzi do uzyskiwania wielu wyników istotnych statystycznie (wskazujących na brak normalności rozkładu) nawet w przypadku bardzo małych realnych odstępstw od w tym zakresie. Jest to sytuacja paradoksalna, ponieważ w przypadku dużych prób, zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym rozkład próbkowania przyjmuje rozkład normalny niezależnie od rozkładu w próbie. Oznacza to, że testy normalności rozkładu „chętniej” wykazują normalność rozkładu przy jej braku oraz brak normalności rozkładu, gdy nie ma to rzeczywistego znaczenia.

Powyższe kwestie oznaczają, że użyteczność testów normalności jest ograniczona i warto stosować je ostrożnie, a przede wszystkim uzupełniając interpretację ich wyników o wnioski wyciągnięte na podstawie wykorzystania innych metod, na przykład histogramów lub analizy skośności i kurtozy.

PAMIĘTAJ

Wyniki testów normalności rozkładu należy traktować z ostrożnością, ponieważ zależą one od wielkości próby (zagadnienie mocy testu). Ich interpretację warto uzupełnić o wnioski wyciągnięte na podstawie innych metod, na przykład histogramów lub analizy skośności i kurtozy.

W naszym przykładzie interpretacja wyników testów Shapiro-Wilka i Kołmogorowa-Smirnowa (przy założeniu $\alpha = 0,05$) jest następująca:

- **Dla zmiennej „Otwartość na doświadczenia”** wynik jest nieistotny statystycznie ($p > 0,05$) zarówno w przypadku testu Kołmogorowa-Smirnowa ($D = 0,07$; $p = 0,200$) jak i Shapiro-Wilka ($W = 0,99$; $p = 0,330$). Wskazuje to na zgodność rozkładu tej zmiennej z rozkładem normalnym.
- **Dla zmiennej „Ugodowość”** wynik jest istotny statystycznie ($p < 0,05$) zarówno dla testu Kołmogorowa-Smirnowa ($D = 0,20$; $p < 0,001$) jak i Shapiro-Wilka ($W = 0,88$; $p < 0,001$). Wskazuje to na brak zgodności rozkładu tej zmiennej z rozkładem normalnym.

²¹ W tym przypadku to sytuacja, w której uzyskany wynik będzie nieistotny statystycznie, co wskazywać będzie na zgodność zmiennej z rozkładem normalnym, mimo tego że faktycznie rozkład będzie wyraźnie od niego odbiegał.

- Dla zmiennej „Sumienność” wynik jest istotny statystycznie ($p < 0,05$) zarówno dla testu Kłomogorowa-Smirnowa ($D = 0,12$; $p = 0,002$) jak i Shapiro-Wilka ($W = 0,96$; $p = 0,004$). Wskazuje to na brak zgodności rozkładu tej zmiennej z rozkładem normalnym.
- Dla zmiennej „Ekstrawersja” wynik jest istotny statystycznie ($p < 0,05$) zarówno dla testu Kłomogorowa-Smirnowa ($D = 0,14$; $p < 0,001$) jak i Shapiro-Wilka ($W = 0,92$; $p < 0,001$). Wskazuje to na brak zgodności rozkładu tej zmiennej z rozkładem normalnym.
- Dla zmiennej „Neurotyzm” wynik jest nieistotny statystycznie ($p > 0,05$) zarówno dla testu Kołmogorowa-Smirnowa ($D = 0,07$; $p = 0,200$) jak i Shapiro-Wilka ($W = 0,99$; $p = 0,556$). Wskazuje to na zgodność rozkładu tej zmiennej z rozkładem normalnym.

Testy normalności rozkładu						
	Kołmogorow-Smirnow ^a			Shapiro-Wilk		
	Statystyka	df	Istotność	Statystyka	df	Istotność
Otwartość na doświadczenia	0,069	100	0,200*	0,985	100	0,330
Ugodowość	0,195	100	<0,001	0,884	100	<0,001
Sumienność	0,118	100	0,002	0,960	100	0,004
Ekstrawersja	0,142	100	<0,001	0,916	100	<0,001
Neurotyzm	0,069	100	0,200*	0,989	100	0,556

*. Dolna granica rzeczywistej istotności.
a. Z poprawką istotności Lillieforsa

Wartość p dla testu Kołmogorowa-Smirnowa

Wartość p dla testu Shapiro-Wilka

Rysunek 10. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IBM SPSS z oznaczonymi kolumnami w których odczytać można wartość p dla wyników testów normalności rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa i Shapiro-Wilka.

Wyniki wykonanych testów normalności rozkładu wskazują na to, że niektóre zmienne mają rozkład zbliżony do normalnego (otwartość na doświadczenia oraz neurotyzm) a rozkład niektórych (ugodowość, sumienność oraz ekstrawersja) odbiega od normalnego.

Warto zauważyć, że powyższe wnioski są odmienne od tych wyciągniętych na podstawie analizy wartości skośności i kurtozy. W takiej sytuacji, ostateczna decyzja co do oceny rozkładów zależy od przyjętych kryteriów oceny. Istotna jest

również wielkość próby, ponieważ zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym przy względnie dużych próbach rozkład próbkowania jest normalnym niezależnie od rozkładu zmiennej.

W omawianym przykładzie sugerujemy, aby kierować się analizą wartości skośności i kurtozy, wychodząc z założenia że analiza wykonana za pomocą testów parametrycznych na próbie $N = 100$, na mocy centralnego twierdzenia granicznego, nie będzie obciążona błędem. Pełną interpretację tego rodzaju dla omawianych wyników zaprezentowano na końcu tego tekstu.

REKOMENDACJA

W przypadku dostatecznie dużych prób ($N > 30$) sugerujemy przyjmować normalność rozkładu, jeśli wartości skośności i kurtozy mieszczą się w granicach między -2 a 2, nawet wtedy gdy wyniki testów normalności są istotne statystycznie, a zatem wskazują na brak normalności.

Raportowanie wyników analizy statystyk opisowych oraz testów normalności rozkładu w standardzie APA 7

Poniżej przedstawiono przykładowy sposób raportowania wyników analizy statystyk opisowych i testów normalności rozkładu (zdecydowano się wykorzystać test Shapiro-Wilka) w formie tabelarycznej wraz z opisem tekstowym wykonany według zasad raportowania APA 7. Ogólne wytyczne dotyczące raportowania wyników w APA 7 zostały przedstawione [w tym artykule](#).

PAMIĘTAJ

Pod [tym linkiem](#) znajdziesz artykuł w którym wyjaśniamy najważniejsze podstawowe zasady raportowania wyników analizy statystycznej w stylu APA 7 wraz z przykładami raportowania w tekście i tabeli oraz wzorcowymi wykresami.

PRZYKŁAD

W pierwszym kroku analizy sprawdzono rozkłady zmiennych ilościowych dotyczących cech Wielkiej Piątki mierzonej kwestionariuszem NEO-FFI. W tym celu wyliczono podstawowe statystyki opisowe wraz z testem Shapiro-Wilka badającym normalność rozkładu. Wyniki analizy zostały zaprezentowane w tabeli 1.

Tabela 1

Analiza podstawowych statystyk opisowych wraz z testem normalności rozkładu Shapiro-Wilka dla cech Wielkiej Piątki mierzonej kwestionariuszem NEO-FFI (N = 100)

Zmienna zależna	M	Me	SD	Sk.	Kurt.	Min.	Maks.	W	p
Otwartość na doświadczenia	23,72	23,50	7,66	0,19	0,14	8,00	44,00	0,99	0,329
Ugodowość	32,41	34,00	12,54	-0,75	-0,64	7,00	48,00	0,88	<0,001
Sumiennność	30,96	31,00	10,52	-0,10	-0,83	9,00	48,00	0,96	0,003
Ekstrawersja	23,01	22,50	11,06	0,52	-0,68	10,00	48,00	0,92	<0,001
Neurotyzm	25,86	25,50	8,03	0,19	-0,29	9,00	45,00	0,99	0,556

Adnotacja. M - średnia; Me - mediana; SD - odchylenie standardowe; Sk. - skośność; Kurt. - kurtozą; Min. - wartość minimalna; Maks. - wartość maksymalna; W - wynik testu Shapiro-Wilka; p - wartość p dla testu Shapiro-Wilka. Wyniki istotne statystycznie ($p < 0,05$) zapisano pogrubioną czcionką.

Wyniki przeprowadzonego testu Shapiro-Wilka okazały się istotne statystycznie dla trzech z pięciu wskaźników Wielkiej Piątki: ugodowości, sumienności oraz ekstrawersji. Oznacza to, że ich rozkłady odbiegają od rozkładu normalnego. Jednocześnie, należy zwrócić uwagę, że wartość skośności rozkładu wszystkich zmiennych jest stosunkowo niewielka – nie przekracza wartości bezwzględnej równej 1 (George, Mallery, 2016), co oznacza że rozkłady te są asymetryczne w nieznacznym stopniu. Ponadto, biorąc pod uwagę centralne twierdzenie graniczne, które zakłada, że cecha przyjmuje rozkład normalny w momencie, kiedy badanych jest przynajmniej 30, założyć można, że analizowane zmienne przyjmują rozkład normalny. W związku z tym zasadne jest przeprowadzenie analizy w oparciu o testy parametryczne, o ile zostały spełnione ich pozostałe założenia.

PRZYKŁAD

Literatura

American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association 2020: the official guide to APA style* (7th ed.). American Psychological Association.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

George, D., Mallery, P. (2021). *IBM SPSS Statistics 27 Step by step: A Simple Guide and Reference*. Routledge.

Bedyńska, S., Cypryńska, M. (red). (2013). *Statystyczny drogowskaz 1. Praktyczne wprowadzenie do wnioskowania statystycznego*. Warszawa: Wydawnictwo SWPS oraz Wydawnictwo Akademickie Sedno.

Razali, N., Wah, Y. (2011) Power Comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, 2, 21-33.

Spis rysunków

Rysunek 1. Zrzut ekranu z okna głównego programu SPSS przedstawiający sposób wyboru okna analizy statystyk opisowych z menu. (**strona 5**)

Rysunek 2. Zrzut ekranu z okna ustawień analizy statystyk opisowych w programie SPSS przedstawiający sposób wyboru poszczególnych statystyk opisowych oraz histogramów. (**strona 7**)

Rysunek 3. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS przedstawiającego zawartość tabeli z wynikami analizy statystyk opisowych. (**strona 8**)

Rysunek 4. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS z oznaczonymi wierszami w których odczytać można wartości skośności i kurtozy. (**strona 10**)

Rysunek 5. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS przedstawiający histogram dla zmiennej „Neurotyzm”. (**strona 12**)

Rysunek 6. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS przedstawiający histogram dla zmiennej „Ekstrawersja”. (**strona 13**)

Rysunek 7. Zrzut ekranu z okna głównego programu SPSS przedstawiający sposób wyboru okna analizy statystyk opisowych i testów normalności rozkładu z menu. (**strona 14**)

Rysunek 8. Zrzut ekranu z okna ustawień analizy statystyk opisowych w programie SPSS przedstawiający sposób wyboru testów normalności rozkładu oraz histogramów. (**strona 15**)

Rysunek 9. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS przedstawiający wyniki testów normalności rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa i Shapiro-Wilka. (**strona 16**)

Rysunek 10. Zrzut ekranu z wydruku wyników w programie IMB SPSS z oznaczonymi kolumnami w których odczytać można wartość p dla wyników testów normalności rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa i Shapiro-Wilka. (**strona 19**)

Pogotowie Statystyczne Paweł Iwankowski
ul. prof. Stefana Hausbrandta 34/88
80-126 Gdańsk
NIP: 7412032970,
REGON: 280490493

tel. 501 599 278
info@pogotowiestatystyczne.pl



Autorzy:

Andrzej Jankowski

ajankowski@pogotowiestatystyczne.pl

Kacper Sawicki

sawicki.kacper@gmail.com

Korekta:

Paweł Krasa

Paweł Iwankowski

Zapoznaj się z naszą ofertą:
www.pogotowiestatystyczne.pl